

Facoltà di Economia di Pisa  
A.A. 2006-2007

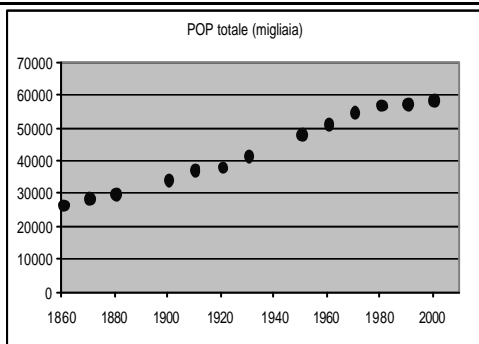
Statistica (prima parte)

Prof. Piero Manfredi  
Dip. Statistica & Matematica Applicata all'Economia  
Università di Pisa

Dati in serie storica

**Esempio**  
Popolazione italiana  
dall'unità al 2001  
(fonte ISTAT)

|            | anno | POP (migliaia) |
|------------|------|----------------|
| 31/12/1861 | 1861 | 26328          |
| 31/12/1871 | 1871 | 28151          |
| 31/12/1881 | 1881 | 29791          |
| anno 1891  | 1891 | N              |
| 10/02/1901 | 1901 | 33778          |
| 10/06/1911 | 1911 | 36921          |
| 01/12/1921 | 1921 | 37856          |
| 21/04/1931 | 1931 | 41043          |
| anno 1941  | 1941 | N              |
| 04/11/1951 | 1951 | 47516          |
| 15/10/1961 | 1961 | 50624          |
| 24/10/1971 | 1971 | 54137          |
| 25/10/1981 | 1981 | 56557          |
| 20/10/1991 | 1991 | 56778          |
| 31/12/2001 | 2001 | 58008          |



- a) La velocità di crescita della popolazione è stata uniforme da un decennio all'altro ?  
b) Quale curva (ossia: quale funzione matematica) potrebbe costituire un ragionevole modello matematico di tale evoluzione ?

Misurazione della velocità di crescita: tassi di variazione

**Serie storica** ("evoluzione osservata") a dati "equispaziati"

Tempo 0 1 2 ... t-1 t ... T  
Popol.  $P_0$   $P_1$   $P_2$  ...  $P_{t-1}$   $P_t$  ...  $P_T$

**Def.** Tasso di variazione (relativa), o "tasso di crescita", nel periodo compreso tra gli istanti di tempo ("date") t-1 e t:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Per esempio:

$$r_1 = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{28151 - 26328}{26328} = 0.069$$

è il tasso di variazione osservato nel decennio compreso tra la data iniziale (31/12/1861) e quella successiva (31/12/1871). In punti percentuali dunque il tasso di crescita è stato del 6,9% per decennio (o del 69 per 1000, sempre per decennio): in tal caso parliamo di tasso di variazione percentuale.

**Esercizio** (vedi file excel). Costruire l'intera "curva" dei tassi di crescita decennali sull'intero periodo e rappresentarla graficamente.

Tassi medi di variazione

**Problema**

a) E' possibile determinare il tasso medio decennale di variazione (più spesso chiamato semplicemente tasso di crescita) della popolazione italiana nel periodo 1861-2001? In caso affermativo calcolarlo.

b) Determinare il tasso medio di crescita annuale nel periodo 1861-2001.

b) Determinare il tasso medio di crescita annuale nel periodo 1981-2001.

**Def. Tasso medio di crescita**

Dati  $P_0, P_1, \dots, P_T$  (ossia: data una serie storica a dati equispaziati) e i rispettivi tassi  $r_1, r_2, \dots, r_T$  di crescita nei vari periodi si definisce tasso medio di crescita il valore che sostituito ai singoli tassi lascia inalterato il rapporto (talora indicato come rapporto di "crescita complessiva")  $P_T/P_0$ .

Ne segue che:

$$\bar{r} = \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1$$

**Dim.** (lezione e materiali teorici)

Nel caso della popolazione italiana si trova quindi che il tasso di variazione medio decennale nel periodo 1861 – 2001 è espresso da:

$$\bar{r} = \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1 = \sqrt[14]{\frac{P_{2001}}{P_{1861}}} - 1 = 0.058$$

ossia una crescita media del 58 per mille per decennio.

**Esercizio.** Determinare il tasso di variazione medio annuo, quinquennale, mensile della popolazione italiana nel periodo 1861 – 2001.